

# Modernizace vyučování matematice v letech 1965–1985<sup>1</sup>

Ohlédnutí za prací Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice MÚ ČSAV

Marie Tichá

Matematický ústav, Akademie věd České republiky, v.v.i.

Oborové didaktiky se v posledních letech těší zvýšené pozornosti odborné veřejnosti (viz např. Janík & Stuchlíková, 2010). To nepochybně platí i pro didaktiku matematiky. V tomto příspěvku se proto snažíme přiblížit začátky základního výzkumu ve vyučování matematice v naší zemi. Tyto začátky jsou spojeny s konstituováním didaktiky matematiky jako samostatné vědní disciplíny realizované v Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice Matematického ústavu ČSAV (posléze Kabinetu pro didaktiku matematiky Matematického ústavu AV ČR, dnes útvar Didaktika matematiky MÚ AV ČR, v.v.i.).<sup>2</sup> Toto ohlédnutí patří k modernizačním snahám na základní škole v Československu, zvláště na jejím 1. stupni, od poloviny šedesátých přibližně do poloviny osmdesátých let minulého století. Článek se pokouší přinést informace o „zlatém období“ v práci Kabinetu; vedle citovaných zdrojů<sup>3</sup> je značně ovlivněn osobními zkušenostmi autorky.

## Začátky

Základní výzkum v oblasti vyučování matematice v Československu zapustil kořeny počátkem šedesátých let 20. století na půdě Jednoty československých (dnes českých) matematiků a fyziků (JČSMF, dnes JČMF). Bylo to zároveň období, v němž se začaly konstituovat oborové didaktiky (Janík & Stuchlíková, 2010). Objevily se

<sup>1</sup> Článek vznikl s podporou RVO 67985840.

<sup>2</sup> Jinde jsme přinesli stručný nástin historie didaktiky matematiky jako samostatné vědní disciplíny v zahraničí a stručně jsme ukázali situaci u nás (Stehlíková & Tichá, 2011).

<sup>3</sup> Vycházíme z článků o didaktickém výzkumu v matematickém vzdělávání na základní škole v tomto období. Tyto články byly publikovány v časopisech *Matematika a fyzika ve škole*; *Pokroky matematiky, fyziky, astronomie* a z interních materiálů Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice Matematického ústavu ČSAV. Např. velmi zevrubný pohled na geometrii publikoval F. Kuřina (1982). Podrobnou rekapitulaci 25 let modernizačního hnutí ve školské matematice ve světě a jeho ohlas u nás napsali M. Jelínek a J. Šedivý (1982). Významným zdrojem podkladů pro napsání článku byla Zpráva o výsledcích základního výzkumu ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ provedeného v letech 1974–1985 (Kittler et al., 1986). Tato zpráva byla úspěšně obhájena v roce 1987, navazovala na předchozí období od roku 1964. Dalším významným zdrojem byl příspěvek přednesený na semináři „Matematika v přípravě učitelů pro první stupeň základní školy 1985“ (Koman & Tichá, 1986). Publikace vztahující se k začátkům výzkumu v didaktice matematiky v Československu jsou většinou v českém jazyce. Mnohé jsou dostupné z [www.dml.cz](http://www.dml.cz), některé jsou pro informaci uvedeny v seznamu literatury (Hruša & Kittler, 1970; Kuřina, 1976; Šedivý, 1969, 1977; Vyšín, 1979).

120 značné snahy po zkvalitnění matematického vzdělávání nazývané u nás *modernizace vyučování matematice*; ve světě se mluvilo o *New math* (Kořínek, 1965). Utvořily se *modernizační kroužky*, v nichž se scházeli učitelé všech stupňů škol a další pracovníci, kteří se chtěli podílet na řešení otázek spojených s modernizací vyučování matematice. Vznikl například seminář učitelů ZŠ vedený prof. J. Hrušou, v němž se začaly utvářet myšlenky na realizaci modernizace vyučování matematice v 1.–3. ročníku ZŠ. Mezi nejbližší spolupracovníky J. Hruši patřili J. Kittler a M. Koman, kteří měli velký podíl na přípravě experimentálních učebních textů.

Ve školním roce 1965/66 se začalo v Praze, Brně a Bratislavě s experimentálním vyučováním v 1. a 6. ročníku experimentálních škol. V roce 1966 byl založen *Kabinet pro modernizaci vyučování matematice a fyzice JČSMF*.<sup>4</sup> Posléze byla zřízena tři experimentální gymnázia v Praze, Brně a Bratislavě; první „pokusné“ maturity se na nich konaly v roce 1974. Usoudilo se, že ve škole, která je co do obsahu i pracovních metod tradiční, je třeba nejprve provést jistou modernizaci, zejména zpracovat tradiční učivo progresivněji, vytvořit zázemí, aby pak bylo možné realizovat základní výzkum. Proto byly vytvořeny osnovy a učební texty, které se značně lišily od tradiční výuky po stránce obsahové i metodické.

Průběhem let vzrostl počet experimentálních základních škol Kabinetu až na 11, rozmístěných v různých oblastech Československa. To však bylo až po roce 1969, kdy byl *Kabinet* rozdělen na dvě pracoviště a *Kabinet pro modernizaci vyučování matematice* se stal oddělením *Matematického ústavu ČSAV*.<sup>5</sup> V něm se soustředil československý výzkum zabývající se modernizací vyučování matematice. Protože s tímto procesem je spojeno konstituování didaktiky matematiky jako samostatné vědní disciplíny, byl tak Kabinet od svého vzniku koordinačním pracovištěm i pro didaktiku matematiky. Vytvořilo se inspirující a podnětné prostředí, které podporovalo vzájemnou informovanost badatelů. Výzkumná činnost Kabinetu byla začleněna do československého státního plánu základního výzkumu;<sup>6</sup> byla zahájena vědecká výchova v oboru *Teorie vyučování matematice*.<sup>7</sup>

Důležitým činitelem v historii výzkumu byly pracovní konference o vyučování matematice a o didaktice matematiky. Tyto konference pořádala JČSMF. Učitelé z různých typů a ze všech stupňů škol tak byli informováni o myšlenkách a výsledcích práce na modernizaci vyučování matematice. Na začátku sedmdesátých let bylo v československých časopisech určených učitelům publikováno mnoho článků o modernizaci vyučování matematice u nás i ve světě (autoři J. Vyšín, J. Šedivý, M. Jelínek, F. Kuřina). V pozdějších letech byly sepsány obsáhlejší práce, které

<sup>4</sup> Podrobně o založení, cílech, obsahu a metodách práce Kabinetu informoval jeho první vedoucí prof. M. A. Valouch (1966), později nejčastěji J. Vyšín (např. 1979). Byla také jmenována vědecká rada Kabinetu, jejímž předsedou byl V. Kořínek a mezi členy patřili J. Váňa, V. Tardy, M. Kolibiar a J. Vyšín.

<sup>5</sup> Fyzikální část přešla do Fyzikálního ústavu ČSAV pod názvem *Kabinet pro výzkum vzdělávání ve fyzice*.

<sup>6</sup> Připomeňme, že ve VÚP Praha a Bratislava se realizoval rezortní výzkum.

<sup>7</sup> Označení *didaktika matematiky* se začalo užívat později.

reagují na výsledky základního výzkumu (autory byli K. Hruša, J. Kittler, F. Kuřina, J. Šedivý, J. Vyšín – viz seznam literatury).

## Matematikové a vzdělávání

V šedesátých letech 20. století se začala ve světě i u nás prosazovat snaha chápat didaktiku matematiky jako samostatnou vědní disciplínu. Naše didaktika matematiky měla výhodu v tom, že se nezačínalo od „zeleného stolu“. Naopak – mohlo se navázat na předchozí práci Bohumila Bydžovského, Eduarda Čecha a dalších. V naší zemi je tradicí, že se vždy najdou významní matematikové, kteří mají velký zájem o úroveň matematického vzdělávání, kteří cítí spoluzodpovědnost za stav matematického vzdělávání a snaží se o jeho zkvalitňování. Tuto skutečnost zdůraznil V. Kořínek, když napsal, že „především Matematický ústav akademie věd se již téměř od svého založení vždy zabýval školskými otázkami a jako vrcholné naše vědecké pracoviště pro matematiku měl eminentní zájem na úrovni matematického vzdělání“ (Kořínek, 1965, s. 495). Činnost Kabinetu zvláště kladně ovlivnili Eduard Čech a Jaroslav Kurzweil.

E. Čech (významný matematik a první ředitel Matematického ústavu ČSAV založeného v roce 1952) „považoval didaktiku a metodiku matematiky za důležitou součást matematiky samé, a nikoliv jen za bezbarevný a nevýrazný přílepek administrativně školských nařízení a paragrafů“ (Koutský, 1966, s. 221). Počátkem padesátých let formuloval čtyři principy toho, jak vyučovat geometrii na druhém stupni základní školy. Tyto principy jsou do současnosti aplikovatelné nejen v geometrii, ale i v dalších tématech matematického vzdělávání:

- Látka i její zpracování mají vzbuzovat co největší zájem, žáci se mají na vyučování těšit.
- Žáci mají touhu tvořit, a proto vyučování má žákům dávat co nejvíce příležitosti k vlastní aktivní činnosti.
- Vyučování musí mít konkrétní náplň; poznatky je třeba uspořádat spirálovitě.
- Žáci se mají ve formě ukázek seznámit s něčím, v čem ještě není systém, co ale dává představu o budoucím systému.

Doc. Vyšín k tomu dodává: „Prof. Čech říkával, že nezáleží příliš na tom, čemu v matematice učíme, ale spíše *jak* tomu učíme.“ (Vyšín, 1973, s. 36). Čech zdůrazňoval, že učitel má stále promýšlet učivo. Proto také poukazyval na potřebu, aby učitelé měli kvalitní znalosti matematiky (Vyšín, 1980).<sup>8</sup>

<sup>8</sup> Připomeňme několik myšlenek R. Thoma (*Modern mathematics: does it exist?* UP, Cambridge, 1973), podle kterého „Modernizace vyučování matematice znamená 1. pedagogickou rekonstrukci vyučování, 2. modernizaci obsahu školské matematiky. Pedagogická rekonstrukce má vést k výuce méně direktivní. Vyučování se má orientovat na heuristiku, má vzbuzovat zájem a aktivitu žáků. Ovšem – má-li žák zkoumat, musí učitel sledovat jeho reakce. A to vyžaduje učitele kvalitnější.“ (citováno podle Kuřina, 1982, s. 543)

## O výzkumné činnosti Kabinetu<sup>9</sup>

Kolem Kabinetu se sdružovali pracovníci z různých pracovišť, většinou z vysokých škol vzdělávajících učitele. Tito pracovníci se chtěli podílet na řešení otázek spojených s modernizací vyučování matematice a úzce spolupracovali s učiteli zmíněných experimentálních škol.

Kabinet jako pracoviště ČSAV chápal od počátku jako svůj hlavní úkol výzkum, nikoli reformu vyučování matematice. Základní výzkum byl zaměřen na řešení perspektivních otázek a cílů matematického vzdělávání. Zásadně nové pojetí obsahu a metod vyučování matematice a současně s tím i názory na výzkum v didaktice matematiky, jeho pojetí a metodologii se v Kabinetu utvářely na základě realizace a hodnocení výzkumné práce na experimentálních školách.

Výzkumy prováděné v Kabinetu v období, jehož se článek týká, byly zaměřeny na kurikulum – sledovala se jeho konstrukce, implementace a evaluace (Skalková, 1999). Charakteristickým rysem práce Kabinetu byla snaha, aby se výzkumy vyučování a kurikulární výzkumy rozvíjely (a realizovaly) paralelně. Didaktika matematiky se chápala jako mezivědní obor, jehož součástí je také studium a sledování psychologických a sociologických procesů, tedy jako vícedimenzionální pole problémů. Byla také zdůrazňována závislost výsledků didaktického výzkumu na čase; a proto tedy i potřeba nepřetržitého základního výzkumu, jehož výsledky lze užít jak pro rozvíjení didaktiky matematiky jako vědní disciplíny (metodologie, vymezení klíčových otázek výzkumu apod.), tak při rekonstrukci vyučování matematice v celostátním měřítku.

J. Vyšín charakterizoval základní výzkum ve vyučování matematice a didaktiku matematiky jako dva obory žijící v těsné symbióze: „Základní výzkum je v podstatě experimentální didaktika a teorie vyučování matematice se obohacuje jeho výsledky. Naopak při provádění základního výzkumu se využívá všech dosavadních výsledků z teorie i praxe vyučování matematice“ (Vyšín, 1976, s. 582).<sup>10</sup>

### Zaměření výzkumné práce

Výzkumná práce probíhala v několika oblastech, pro všechny bylo podstatné experimentování na pokusných školách, pracovní schůzky a pravidelné semináře pracovníků soustředěných kolem Kabinetu. Mezi obecné a dlouhodobé problémy teorie vyučování matematice (didaktiky matematiky), ze kterých vycházela teoretická a experimentální práce Kabinetu, patřily zvláště:

<sup>9</sup> Pod označením Kabinet máme na mysli pracovníky a spolupracovníky soustředěné kolem Kabinetu.

<sup>10</sup> Všimněme si, že v počátcích se mluvilo o „základním výzkumu ve vyučování matematice“. Základním výzkumem se rozumělo předkládání teoretických didaktických otázek pedagogické praxi a jejich řešení. Terminologie se utvářela, to se v roce 1981 odrazilo i na změně názvu oddělení na Kabinet pro didaktiku matematiky.

- charakteristika základních rysů matematiky z hlediska tvorby struktur učiva na určitých věkových úrovních žáků;
- stanovení cílů učení žáků, tvorba osnov, zpracování pokusných učebních textů a jiných didaktických materiálů;
- metodologické otázky didaktických výzkumů (včetně hodnocení).

Již v první polovině šedesátých let doc. Vyšín rámcově charakterizoval potřebu zaměřit pokusné vyučování následovně:

- Změnit současně obsah i metody matematického vyučování; nové metody vyžadují netradiční obsah.
- Rozvíjet matematické myšlení rozmnožením zásob pojmů a postupů, využitím schopnosti žáka abstrahovat a generalizovat.
- Pečovat o rozvoj početní a grafické techniky.
- Geometrizovat školskou matematiku spojením geometrie s jinými disciplínami.
- Spojovat matematické vyučování s životní praxí; matematizovat situace a aplikovat poznatky.
- Matematické disciplíny neizolovat, učivo osnovat cyklicky.
- Respektovat psychologické podmínky vyučování, rozvíjet pracovní návyky (samostatnost, plánovitost, systematicklost, sebekontrola, kritičnost, společná práce).

Od počátku byly studovány i některé konkrétnější problémy (např. strategie řešení úloh, matematizace a modelování, vzdělávací hodnota daných úseků učiva, vyučování na 1. stupni jako systém propedeutik). Byla snaha o ujasňování poznávacích procesů dítěte a otázek spojených s motivací žáků.

Pokusná výuka experimentálních škol se opírala o původní, obsahem i formou netradičně zpracované učební texty,<sup>11</sup> které byly na základě zjištěných výsledků učení žáků a připomínek učitelů postupně upravovány a přepracovávány, a o metodické komentáře pro učitele.

Učitelům pokusných škol byla věnována značná pozornost. Pořádaly se pro ně semináře zaměřené na (jak bychom dnes řekli) zvyšování profesionality, prohlubování poznatkové báze učitelství a zvláště na zkvalitňování didaktických znalostí obsahu. Byly jim poskytovány konzultace. Kromě toho se učitelé pokusných škol účastnili každoročních prázdninových soustředění. Byly tedy vytvořeny podmínky pro provedení *pedagogického průzkumu* (mluvilo se o experimentálním výzkumu orientačním), kontrolovaného částečně didaktickými testy (jak bylo označováno písemné řešení úloh a vyhodnocování výsledků).

<sup>11</sup> Byly vydávány sešity, které obsahovaly přípravné a kontrolní úlohy a pokusný učební text. Přípravné úlohy měly podněcovat u žáků jejich vlastní činnosti a objevování a vyvolat potřebu zavedení nového pojmu nebo metody řešení. V učebním textu, který obsahoval výklad a alespoň částečně vyřešené úlohy, byly poznatky shrnuty. Prostřednictvím řešení kontrolních úloh se jednak procvičovala nová látka, jednak zjišťovala úroveň jejího osvojení.

## O sondách

Modernizovaná výuka na experimentálních školách byla půdou, na které bylo možné provádět a detailně vyhodnocovat malé experimenty s úzce a přesně vymezenými tématy. Tyto experimenty, označované jako *sondy*, vyžadovaly zpravidla 10–15 vyučovacích hodin, někdy i více. Nahrazovala se jimi určitá část učiva zařazeného do experimentálního programu. V některých případech se jednalo o okruhy, které byly tradičně zařazovány do vyšších ročníků (např. sčítání celých čísel, osová a středová souměrnost, jednoduché vývojové diagramy apod.) nebo se dosud v učivu základní školy nevyskytovaly (názvy některých sond: Předmatická propedeutika, Operátor, Náhodné procházky – pravděpodobnost, Sklad cukrovinek – vektor, Kinematická geometrie pro 5. ročník). Jindy se jednalo o jiné zpracování tematiky již dříve zařazené (Experimentální geometrie pro 3. ročník). Práce na sondách byla uzavírána řádnými obhajobami.

Na základě didaktické analýzy a formulace výzkumného problému byl připraven experiment a byli instruováni učitelé. Výsledky experimentu byly sledovány a hodnoceny. Průběžně byly zpracovávány studie teoretické, koncepční, srovnávací. Některé ze studií byly publikovány časopisecky i na seminářích a konferencích. Jako podklady pro hodnocení sloužilo pozorování vyučovacích hodin, zkoušky písemné a ústní, písemné zprávy učitelů i diskuse učitelů a badatelů v rámci týdenních soustředění učitelů. Nashromážděná data byla kvantitativně i kvalitativně vyhodnocena a byly zpracovávány závěry výzkumu.

Cílem hodnocení výsledků sond bylo zvláště zjistit úroveň osvojení určitého tématu, umožnit rozhodnutí o vhodnosti a přiměřenosti zařazení a didaktického zpracování určitých témat, zjistit a průběžně odstraňovat závady ve vyučování, zkvalitňovat kompetence učitelů.

Jedním z cílů hodnocení sond bylo pokusit se zjistit, jak se rozvíjejí poznávací schopnosti žáků. Tento cíl se ale bohužel nedařilo splnit podle původních představ, protože chyběla patřičná spolupráce s odborníky v této oblasti.

### Dvě období modernizace vyučování matematice na 1. stupni ZŠ

V časovém úseku, který se pokoušíme připomenout (tj. v prvním dvacetiletí základního výzkumu v didaktice matematiky), byla velká pozornost zaměřena na 1. stupeň základního vzdělávání, tedy na žáky ve věku 6–11 let, ale také na jejich učitele. (Připomeňme, že zřejmě i v souvislosti se zavedením vysokoškolského vzdělávání budoucích učitelů 1. stupně se otázek školské matematiky začali ujmát matematici.) Můžeme ukázat dvě hlavní období.

První období bylo označováno jako období matematizace obsahu vyučování matematice. Zahrnuje přibližně období 1963–1972 a je spojeno se jmény prof. Hruší a doc. Vyšína. V tomto období se silně zdůrazňovala role matematiky. „Vytvoření

mezivědního oboru didaktiky matematiky znamená kompromisy: matematika musí opustit svůj rigorózní deduktivní postup, pedagogické vědy však musí uznat dominantní postavení matematiky v její didaktice“ (Vyšín, 1980, s. 316). Změny byly ovlivněny matematikou, objevovala se otázka, co může matematika jako vědecká disciplína přinést vyučování a didaktice matematiky. Převažovalo syntaktické pojetí obsahu. Zdůrazňoval se strukturalismus a množinově logický základ. Počítalo se ale i se spoluprací dalších odborníků – pedagogů, psychologů, fyziků, techniků a dalších specialistů; to se však podařilo realizovat jen v omezené míře.

Na konci první etapy modernizačních snah na 1. stupni ZŠ na začátku sedmdesátých let byly shrnuty a ukázány charakteristické rysy situace, která se do té doby ve vyučování matematice utvořila.

Bezesporu kladné se ukázalo zařazení předmatematické propedeutiky (tj. přípravného období, v němž by si děti osvojily činnosti a poznatky, jež jsou nutným předpokladem osvojování matematických pojmů) a včlenění geometrie do počátečních ročníků základní školy. Naopak negativně bylo hodnoceno, že sice byl zdůrazněn význam řešení slovních (aplikačních, „praktických“) úloh, avšak v podstatě jako jediný prostředek matematizace byl nabídnut množinový diagram (pro úlohy vedoucí na sčítání a odčítání) a obdélníkové schéma (pro úlohy vedoucí na násobení a dělení). Dále se upozorňovalo, že byl podceněn pedagogicko-psychologický aspekt vyučování matematice (přesto, že byl ve Vyšínově seznamu požadavků uveden). Zejména nebyla v patřičné míře zohledněna potřeba různých reprezentací.

I když se ukázalo, že „modernizační snahy“ měly nedostatky a přinesly nové problémy (brzy se jako překonané ukázalo např. přílišné zdůrazňování strukturálního pojetí<sup>12</sup>), upozorňovalo se, že toto období nebylo možné přeskočit. Je třeba také připomenout, že požadavky, které přinesla modernizace vyučování na jedné straně a teoretické výsledky základního výzkumu na straně druhé, kladně ovlivnily vzdělávání budoucích učitelů a požadavky na znalosti učitelů působících v praxi.

I ve druhém období (od roku 1973 do počátku osmdesátých let) se nadále zdůrazňovala potřeba provádět výzkum současně teoreticky i prakticky. V souladu se světovými trendy došlo k řadě změn v pojetí matematického vzdělávání, můžeme říci, že došlo ke změně paradigmatu. Kabinet již počátkem sedmdesátých let upustil od nadměrného zdůrazňování strukturálního pojetí výuky matematiky a více se soustředil na problematiku kontaktů školské matematiky s realitou a přírodovědnými předměty. Při vytváření nového modelu matematického vzdělávání se mnohem více než dříve začaly uplatňovat pedagogické a psychologické zřetele.<sup>13</sup>

<sup>12</sup> Bohužel situace ve společnosti neumožnila uplatnění dosažených zjištění v praxi při realizaci projektu Další rozvoj československé výchovně vzdělávací soustavy ve druhé polovině sedmdesátých let.

<sup>13</sup> Kabinet se snažil reagovat na dění ve světě, sledovat práce věnované modernizaci vyučování matematice v dostupných časopisech (např. *NICO*, *ZDM*, *Mathematik in der Schule*, *Kvant*, *Dydaktyka Matematyki* apod.) a účastnit se mezinárodních konferencí (ICME – International congress on mathematics education, CIEAEM). Získával tak podněty pro vlastní práci; jedním z nich byla otázka *alternativních témat* (prof. Härtig navrhl zabývat se hodnocením matematické vzdělávací hodnoty určitých témat).

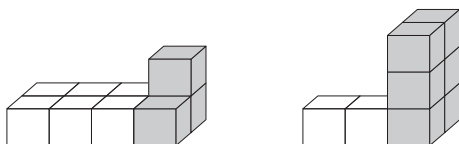
Stav, ke kterému se dospělo, byl charakterizován následovně: „Začal se klást větší důraz na využívání zkušeností, se kterými žáci přicházejí do školy, a na základě toho se měnil i styl práce. Daleko více se začalo využívat předmatematických i matematických činností k aktivnějšímu a efektivnějšímu osvojování nových vědomostí a dovedností. Při těchto činnostech žáci pracují jak s konkrétními nematematickými, tak s matematickými modely, jako například operacemi s čísly, funkcemi, jejich grafy apod.<sup>14</sup> Zdůrazňoval se mnohostrannější přístup, např. při zavádění násobení přirozených čísel. To souvisí i s některými změnami v pojetí školské matematiky. Od syntaktického pojetí se přechází k sémantickému pojetí, například u funkcí se zdůrazňuje přiřazování, závislost, proměnnost. Rozvíjí se funkční a algoritmický přístup. Vědomě se pěstují a rozvíjejí kontakty školské matematiky s okolním světem i s ostatními předměty.“<sup>15</sup> (Koman & Tichá, 1986, 1988)

Byly shrnuty konkrétní poznatky a zjištění. Sledováním a hodnocením výsledků vyučování se např. prokázalo, že je vhodné a efektivní zařazovat při probírání jednotlivých témat úlohy s rozmanitou tematikou, a to i úlohy problémového charakteru, a užívat různé metody jejich řešení, čímž se zpravidla podpoří tvořivost žáků. Například metoda souřadnic se uplatňovala v aritmetice i geometrii, v propedeutice funkcí, geometrických zobrazení a vektorů.

Podobně se ukázalo, že na 1. stupni je možné:

Zařadit propedeutiku celých a desetinných čísel a zlomků, avšak je třeba uplatňovat různé modely a názorné přístupy.

*Příklad: Upravte každou stavbu z krychlí tak, aby třetina byla šedých.*

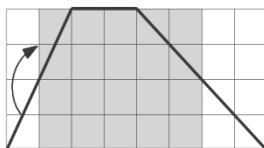


<sup>14</sup> Navazovalo se na ideu genetického vyučování řízeného převážně psychologickými důvody a ideou řízeného objevování. Vycházelo se z charakteristik genetického stylu vyučování J. S. Brunera (1966), H. Freudenthala (1973), E. Wittmanna (1974). „Prof. H. Freudenthal se k otázce řízeného objevování a genetického vyučování vyslovil mnohokrát. Genetický princip charakterizuje tím, že jde při něm o znovuobjevování, tj. o takové vyučování matematice, v němž se objevy vyskytují jako to, co skutečně jsou, tj. jako objevy. Objev se vyznačuje i při skromném znovuobjevování žáků nereceptářským průběhem.“ (Vyšín, 1976, s. 584)

<sup>15</sup> Zvláště objevně propojují životní prostředí žáka se školní matematikou úlohová prostředí, jejichž autory jsou J. Vyšín a M. Koman. Toto propojení je oboustranné, nejde tedy jen např. o aplikace matematiky ve světě žáka, tj. ve škole i mimo školu, ale i o impulzy, které poskytuje svět žáka pro budování matematiky a její rozvíjení. Jde tudíž o matematizaci reálných situací. Přitom J. Vyšín zdůrazňoval zásadu, že „ve všeobecně vzdělávací škole nemáme učit aplikacím matematiky, ale matematice, která se dá aplikovat“ (Vyšín, 1981, s. 288). Dále dodával, že posílání aplikací je hlavně motivační a je často vhodné je zařazovat do předmětu, na který se matematika aplikuje. V podobném duchu se později můžeme dočíst u Freudenthala: „Applying mathematics is not learned through teaching applications. The so-called applied mathematics lacks mathematics' greatest virtue, its flexibility. Ready-made applications are anti-didactical.“ (Freudenthal, 1991, s. 85)



Rozšířit učivo o obsahích obrazců cestou přeměny obrazců na pravouhelníky stejného obsahu (stříhání, kreslení apod.). *Příklad: Zjistěte obsah lichoběžníku. Vysvětlete obrázek.*



Podobně lze pracovat s „počítacími stroji“ a vývojovými diagramy, s konkrétními příklady aritmetických i geometrických přiřazení či proměnnou, rozlišovat závislosti, doplňovat tabulky hodnot apod.). *Příklad: Objevování v prostředí trojúhelníkových (figurálních) čísel.*

```

                o
              o   o   o
            o   o   o   o   o
  
```

Zapište spotřebu a přírůstek:

Postavte...

a tady už jen počítejte

stavba	1	2	3	4	5	6	7	8	9
spotřeba	1	3	6						

+2

+3

Některá témata (např. učivo o středové souměrnosti) se naopak ukázala jako nepřiměřená pro žáky 1. stupně.

Opět se tu v návaznosti na tato zjištění prokázala potřeba věnovat se rozvíjení znalostí učitelů, jejich profesionality. V souvislosti s často citovaným Shulmanovým požadavkem dobré úrovně *pedagogical content knowledge* (T. Janík překládá jako „didaktické znalosti obsahu“) je bezesporu zajímavé shrnutí, které tehdy publikoval F. Kuřina: „Vyučování matematice je třeba posuzovat minimálně z následujících tří navzájem se podmiňujících hledisek: 1. Co učit a v jakém didaktickém systému. 2. Jak učit z hlediska psychologického a pedagogického. 3. Jak organizovat vyučování. Tyto tři aspekty – řekněme pro stručnost aspekt matematický, pedagogicko-psychologický a praktický – nabývají v různých dobách různé váhy. Důležité však je, že podcenění nebo neúspěch jedné oblasti blokuje celkové výsledky vyučování.“ (Kuřina, 1982, s. 544)

## Porovnávání se zahraničím a závěr

I když možnosti získávání informací byly v té době omezené, dařilo se (hlavně díky spolupráci s polskými didaktiky, zvláště Z. Krygowskou, S. Turnauem a Z. Semadenim,

128 a zřejmě i díky angažovanosti doc. Vyšina v Matematické olympiádě) zachytit a sledovat hlavní trendy v didaktice matematiky.

Můžeme konstatovat, že závěry, ke kterým se ve zmiňovaném dvacetiletém období základního výzkumu v didaktice matematiky došlo v Československu, jsou v souladu s výsledky obdobných zahraničních výzkumů. Různí badatelé (Griffiths, D'Ambrosio, & Willoughby, 1983) a stejně tak Kabinet kritizují množinově strukturalistické pojetí a stavbu školské matematiky jako didaktickou modifikaci matematických teorií. Kladně hodnotí zařazení funkcí, grafů, prvků statistiky a pravděpodobnosti a využívání kalkulátorů. Upozorňují, že předčasné zařazení některých partií učiva může mít za následek malé porozumění, a proto pobízejí k uplatnění psychologických hledisek. Kladně hodnotí integraci určitých partií učiva. Uvádějí seznam nejdůležitějších dovedností (zvládnutí „řemesla“).

Základní vývojovou tendenci vědecké činnosti badatelů kolem Kabinetu v letech 1965–1985 lze charakterizovat jako přechod od jednostranného zdůrazňování matematického obsahu osnov a učebnic k problematice příspěvku matematického vzdělávání k rozvoji osobnosti žáků i učitelů, postavení učitele a žáka ve vzdělávacím procesu, matematické i všeobecné kultuře, profesionalizaci práce učitelů, rozvíjení poznatkové báze učitelství (knowledge base for teaching) atd.

Ve *Zprávě o výsledcích základního výzkumu* (Kittler et al., 1986) pak byly formulovány hlavní oblasti a charakteristiky koncepce výzkumu a experimentálního vyučování na další období, zejména omezení faktografického vyučování, propracování psychologicko-genetického postupu, větší zdůraznění pracovních metod matematiky, laboratorního a problémového stylu, posílení algoritmické složky a výzkum zavedení kapesních počítačů jako důležitého činitele pro časové odlehčení.

Opakovaně se zdůrazňovalo rozšíření kontaktů vyučování matematice s realitou. Klád se důraz na geometrizaci a zaměření se procesu výuky na metody aktivizující žáky, při kterých učitel funguje jako ten, kdo povzbuzuje objevování (tj. na experimentování, problémové vyučování, genetický postup). Tyto metody byly označovány jako *matematická laboratoř*; jejich realizace byla podporována systémem přípravných (motivačních) úloh, kontrolních úloh, učebních textů a scénářů pro učitele.

Na výsledky uvedených dvou období navázal program nazvaný *Plán rozvoje Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice MÚ ČSAV na léta 1981–1990*. Jednalo se o vymezení hlavních okruhů výzkumu. Část okruhů, na které se plánovalo zaměření výzkumu, se opakovala, případně se upozorňovalo na potřebu změnit úhel pohledu na některé z nich; potvrdilo se Vyšínovo přesvědčení, že „didaktika je funkcí času“, a je tudíž potřeba provádět nepřetržitý základní výzkum.

Jednotlivé oblasti byly přitom soustředěny do spolupracujících pracovišť. Je možné konstatovat, že „většina těchto témat je živá i dnes, též v souvislosti s řešením klíčových otázek kolem profesních kompetencí učitelů“ (Stehlíková & Tichá, 2011, s. 164).

V posledních dvaceti letech (po roce 1990) se charakter práce Kabinetu zcela změnil stejně tak, jako se změnila možnosti přístupu k literatuře, účasti na významných mezinárodních konferencích, zapojení do mezinárodní spolupráce apod. Namísto

spolupráce s celými experimentálními školami, v nichž by probíhala výuka ne podle celostátně platných jednotných učebnic, ale podle speciálních učebních textů (jak tomu bylo do roku 1990), se spolupracuje s jednotlivými učiteli. Posunulo se pojetí výzkumu, změnil se charakter výzkumných témat a změnilo se zaměření činností. Velká pozornost je věnována zvláště zkoumání cest zdokonalování profesních kompetencí učitelů. To je však již jiný příběh. Můžeme však konstatovat, že zkušenosti z práce v základním výzkumu organizovaném Kabinetem zřejmě kladně ovlivnily kompetence didaktiků matematiky a jejich připravenost a schopnost po roce 1990 koncipovat výzkum a národní i mezinárodní grantové projekty.

### Literatura

- Bruner, J. S. (1966). *Towards a theory of instruction*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Freudenthal, H. (1973). *Mathematics as an educational task*. Dordrecht: D. Reidel Publishing Company.
- Freudenthal, H. (1991). *Revisiting mathematics education: China lectures*. Dordrecht: Kluwer.
- Griffiths, H. B., D'Ambrosio, U., & Willoughby, S. S. (1983). Successes and failures of mathematics curricula in the past two decades. In M. J. Zweng, T. Green, J. Kilpatrick, H. O. Pollak & M. Suydam. (Eds.), *Proceedings of the fourth International congress on Mathematical education* (s. 358–404). Boston: Birkhäuser.
- Hruša, K., & Kittler, J. (1970). *Základy moderní matematiky pro učitele 1.–5. ročníku ZDŠ*. Praha: SPN.
- Janík, T., & Stuchlíková, I. (2010). Oborové didaktiky na vzestupu: přehled aktuálních vývojových tendencí. *Scientia in educatione*, 1(1), 5–32.
- Jelínek, M., & Šedivý, J. (1982). 25 let modernizačního hnutí ve školské matematice. *Pokroky matematiky, fyziky a astronomie*, 27(5,6), 282–289, 335–344.
- Koman, M., & Tichá, M. (1986). Základní výzkum vyučování matematice na 1. stupni základní školy. In Sborník semináře *Matematika a výpočetní technika ve studiu učitelství pro 1.–4. ročník ZŠ* (s. 120–133). Praha: PedF UK.
- Koman, M., & Tichá, M. (1988). *Basic research in didactics of mathematics in Czechoslovakia. Comment to the development of the functional and algorithmic approaches to problem solving*. Praha: MÚ ČSAV.
- Kořínek, V. (1965). Reformní hnutí ve vyučování matematice ve světě a účast Československé akademie věd na reformě tohoto vyučování u nás. *Časopis pro pěstování matematiky*, 90(4), 490–496.
- Koutský, K. (1966). O Čechových snahách ve středoškolské matematice. *Sborník pro dějiny přírodních věd a techniky*, 11, 217–230.
- Kuřina, F. (1976). *Problémové vyučování v geometrii*. Praha: SPN.
- Kuřina, F. (1982). Modernizace vyučování matematice a geometrie. *Matematika a fyzika ve škole*, 12(8), 541–550.
- Skalková, J. (1999). *Obecná didaktika*. Praha: ISV nakladatelství.
- Stehlíková, N., & Tichá, M. (2011). Didaktika matematiky a její proměny. *Pedagogická orientace*, 21(2), 156–170.
- Šedivý, J. (1969). *O modernizaci školské matematiky*. Praha: SPN.
- Šedivý, J. (1977). *O modernizaci školské matematiky*. Praha: SPN.
- Thom, R. (1973). Modern mathematics: does it exist? In A. G. Howson (Ed.), *Developments in Mathematics Education, Proceedings of the 2nd ICME* (s. 194–209). Cambridge University Press.
- Valouch M. A. (1966). Problémy modernizace vyučování matematice a fyziky u nás. *PMFA*, 11(2), 92–100.

- 130 Vyšín, J. (1973). Vědeckovýzkumná práce v teorii vyučování matematice. *PMFA*, 18(1), 32–38.
- Vyšín, J. (1976). Genetická metoda ve vyučování matematice. *Matematika a fyzika ve škole*, 6, 582–593.
- Vyšín, J. (1979). O základním výzkumu a práci Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice. *Matematika a fyzika ve škole*, 10, 104–112.
- Vyšín, J. (1980). Čechovy podněty pro vyučování matematice. *PMFA*, 25(6), 313–317.
- Vyšín, J. (1981). Co dělat, aby vyučování matematice bylo užitečné? *PMFA*, 26(5), 285–288.
- Wittmann, E. Ch. (1974). *Grundlagen des Mathematikunterrichts*. Stuttgart: Vieweg.

#### Interní materiály Kabinetu

- Kittler, J., Koman, M., Kuřina, F., & Tichá, M. (1986). Zpráva o výsledcích základního výzkumu ve vyučování matematice na 1. stupni ZŠ provedeném v letech 1974–1985. Materiály pro obhajobu.
- Informace o vývoji, stavu a perspektivách základního výzkumu ve vyučování matematice v ČSSR, který je řízen Kabinetem pro modernizaci vyučování matematice Matematického ústavu ČSAV a který je začleněn do státního plánu výzkumu.
- Ke koncepci vzdělávání v matematice a jeho výzkumu. SPZV VIII-6-6/3M Modely perspektivního systému matematického vzdělání v ČSSR.
- K metodologickým problémům matematického didaktického výzkumu SPZV VIII-6-6/3- teze.
- Plán rozvoje Kabinetu pro modernizaci vyučování matematice Matematického ústavu ČSAV do roku 1990.

V seznamu použité literatury jsou uvedeny publikace dosažitelné v Kabinetu pro didaktiku matematiky MÚ AV ČR, v.v.i., a v Matematické digitální knihovně.

Mgr. Marie Tichá, CSc., Matematický ústav AV ČR, v.v.i.,  
Žitná 25, 115 67 Praha 1  
ticha@math.cas.cz